



**Это база**

**WHAT'S THE USE?  
THE UNREASONABLE EFFECTIVENESS  
OF MATHEMATICS**

Ian Stewart

**P**  
PROFILE BOOKS

**Иэн Стюарт**

# **Это база**

**Зачем нужна  
математика  
в повседневной  
жизни**

*Перевод с английского*



МОСКВА, 2024

УДК 51  
ББК 22.1  
С88

Переводчик НАТАЛЬЯ ЛИСОВА  
Научный редактор КОНСТАНТИН КНОП  
Редактор ВЯЧЕСЛАВ ИОНОВ

**Стюарт И.**

С88 Это база: Зачем нужна математика в повседневной жизни / Иэн Стюарт ; Пер. с англ. — М. : Альпина нон-фикшн, 2024. — 392 с.  
ISBN 978-5-00139-576-8

Широкое распространение компьютеров может создать впечатление, что математика уже и не нужна, что сегодняшние технологии позволяют производить самые сложные вычислительные операции за доли секунды. Это наивное представление побудило известного популяризатора науки Иэна Стюарта показать читателям не самые очевидные заслуги любимой дисциплины, ведь ее роль отнюдь не сводится к расчетам, и благодаря компьютерам, освобождающим нас от монотонной работы, мы просто начинаем заниматься математикой иначе. Именно математика стоит за всеми преобразующими технологиями, которые делают XXI век совершенно непохожим на предшествующую эпоху. Без математики немислимы и цифровая фотография, и современная связь, и спутниковая навигация, без нее не обойтись при прогнозировании последствий климатических изменений. Этот ряд можно продолжать и продолжать, не забыв упомянуть гуманитарные области и искусство, политику и интернет-безопасность. Словом, считает автор, потребность в этой науке универсальна, она — основа основ.

УДК 51  
ББК 22.1

Все права защищены. Никакая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, включая размещение в интернете и в корпоративных сетях, а также запись в память ЭВМ для частного или публичного использования, без письменного разрешения владельца авторских прав. По вопросу организации доступа к электронной библиотеке издательства обращайтесь по адресу [mylib@alpina.ru](mailto:mylib@alpina.ru)

ISBN 978-5-00139-576-8 (рус.)  
ISBN 978-178125 9412 (англ.)

© Joat Enterprises, 2021  
© Издание на русском языке, перевод, оформление.  
ООО «Альпина нон-фикшн», 2024

## СОДЕРЖАНИЕ

1	Непостижимая эффективность	7
2	Как политики выбирают своих избирателей	21
3	Пусть голубь ведет автобус	56
4	Почки Кёнигсберга	94
5	Будьте осторожны в киберпространстве	123
6	Числовая плоскость	162
7	Папа, ты научился перемножать триплеты?	193
8	Вот это отскок!	226
9	Верь мне, я ряд Фурье	249
10	Улыбнитесь, пожалуйста!	273
11	Мы уже почти приехали?	297
12	Оттаивание Арктики	316
13	Позовите тополога	340
14	Лиса и еж	363
	<i>Примечания</i>	377
	<i>Источники иллюстраций</i>	386
	<i>Предметно-именной указатель</i>	387



# 1

## НЕПОСТИЖИМАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ

Математический язык удивительно хорошо подходит для формулировки физических законов. Это чудесный дар, который мы не можем осмыслить и которого не заслуживаем. Нам остается лишь благодарить за него судьбу и надеяться, что и дальше сможем пользоваться им. В любом случае сфера его применения будет расширяться, принося нам не только радость, но и новые головоломные проблемы.

Юджин Вигнер. *Непостижимая эффективность математики в естественных науках*

Для чего нужна математика?

Что она дает *нам* в повседневной жизни?

Не так давно у нас были простые ответы на эти вопросы. Базовой арифметикой средний гражданин пользовался практически постоянно, хотя бы для проверки чека при совершении покупок. Элементарная геометрия была нужна плотникам. Геодезистам и штурманам требовалась также тригонометрия. Инженерное дело было немислимо без дифференциального и интегрального исчисления.

Сегодня все иначе. Сумму чека подсчитывает кассовый терминал в супермаркете, он же учитывает скидки и начисляет налог с продаж. Мы же слушаем звуковые сигналы сканера штрихкодов, и если на каждую покупку приходится один сигнал, то считаем, что все в порядке. Многие про-

фессии по-прежнему требуют обширных математических знаний, но даже там мы уже отдали большую часть математики на откуп электронным устройствам со встроенными алгоритмами.

Предмет, о котором я собираюсь вести речь, неосязаем. Трудно заметить то, что нельзя пощупать и ощутить.

Может показаться, что математика вышла из моды и устарела, но такой взгляд ошибочен. Без математики современный мир попросту развалился бы. В доказательство своего утверждения я покажу вам ее применение в политике и юриспруденции, в трансплантологии почек и в доставке заказов из супермаркета, в интернет-безопасности, в киношных спецэффектах и при изготовлении пружин. Мы увидим, что без математики немислимы медицинские сканеры, цифровая фотография, широкополосные каналы связи и спутниковая навигация, она помогает нам предсказывать результаты климатических изменений, защищаться от террористов и интернет-хакеров.

Примечательно, что во многих компьютерных приложениях используется математический аппарат, созданный для совершенно иных целей. Готовя материалы для этой книги, я раз за разом наткнулся на такие области применения математики, о которых даже не подозревал. Зачастую задействовались разделы, которые, казалось бы, не имеют практического применения, вроде заполняющих пространство кривых, кватернионов и топологии.

Математика — безграничная, исключительно креативная система представлений и методов. Она скрывается под поверхностью тех преобразующих технологий, которые делают XXI век с его видеоиграми, международным авиасообщением, системами спутниковой связи, компьютерами, интернетом и мобильными телефонами совершенно непохожим на предшествующую эпоху<sup>1</sup>. Поскребите какой-нибудь iPhone, и увидите яркий отблеск математики.



Пожалуйста, не воспринимайте это предложение буквально.

\* \* \*

Многие склонны считать, что компьютеры с их почти чудесными возможностями делают математиков, да и саму математику, неактуальными. Но компьютеры вытесняют математиков не больше, чем микроскопы вытесняют биологов. Благодаря компьютерам мы теперь иначе *занимаемся* математикой, но в целом они лишь освобождают нас от монотонной работы. Они дают нам время подумать, помогают выискивать закономерности и добавляют в наш арсенал новый мощный инструмент, позволяющий развивать математику быстрее и эффективнее.

На самом деле главная причина того, что математика становится все более необходимой, как раз и состоит в всемирном распространении дешевых и мощных компьютеров. Их появление открыло новые возможности для приложения математики к задачам реального мира. Методы, которые прежде не применялись из-за слишком большого объема вычислений, сегодня стали рутинной. Величайшие математики эпохи карандаша и бумаги развели бы руками в отчаянии при виде метода, требующего миллиарда вычислительных операций. Сегодня нас это не смущает, поскольку мы обладаем технологией, позволяющей проводить математические операции за доли секунды.

Математики давно находятся на острие компьютерной революции вместе с представителями бесчисленных других профессий. вспомните хотя бы Джорджа Буля, который положил начало математической логике, составляющей основу современной компьютерной архитектуры. вспомните Алана Тьюринга и универсальную машину, названную его именем, — математическую систему, способную вычислять

все, что в принципе поддается вычислению. Вспомните Мухаммеда аль-Хорезми, чей алгебраический трактат, написанный примерно в 820 году, подчеркивал роль систематических вычислительных процедур, называемых теперь в его честь *алгоритмами*.

Большинство алгоритмов, которые определяют впечатляющие возможности компьютеров, прочно опираются на математику. Многие задействованные в них решения взяты, что называется, «с полки», из уже существующего запаса математических идей. Например, алгоритм PageRank компании Google, который дает количественную оценку значимости веб-сайта и является основой целой индустрии с многомиллиардным оборотом. Даже в наимоднейшем алгоритме глубокого обучения искусственного интеллекта используются давно испытанные и проверенные математические концепции, такие как матрицы и взвешенные графы. В одном из методов решения такой прозаической задачи, как поиск документа по конкретной цепочке символов, задействована математическая абстракция под названием «конечный автомат».

Участие математики в этих интереснейших разработках, как правило, упускается из виду. Так что в следующий раз, когда средства массовой информации вытаскают на авансцену новую чудесную способность компьютеров, не забывайте, что за кулисами прячется математика, *а также* технические решения, физика, химия и психология и что без поддержки этих скрытых от глаз помощников цифровая суперзвезда вряд ли появилась бы на небосклоне.

\* \* \*

Значимость математики в современном мире легко недооценить, потому что почти все, что связано с математикой, происходит за кулисами. Прогуляйтесь по улице любого города, и вы увидите ошеломляющее количество вывесок,

которые кричат о важности банков, овощных магазинов, супермаркетов, модных бутиков, точек автосервиса и фаст-фуда, юристов, предметов старины, благотворительных организаций и тысячи других заведений и профессий. А вот бронзовой таблички, извещающей о том, что здесь консультирует математик, не найти. И ни один супермаркет не продаст вам немного «консервированной математики».

Однако стоит копнуть поглубже, и значимость математики быстро становится очевидной. Без уравнений аэродинамики невозможно конструировать самолеты. Навигация опирается на тригонометрию. Сегодня мы пользуемся навигацией совсем не так, как делал это Христофор Колумб, поскольку математика у нас встроена в электронные устройства и нам не приходится пользоваться пером, чернилами и навигационными таблицами, но базовые принципы остаются примерно теми же. Для разработки новых лекарств необходима статистика, без которой невозможно обеспечить их безопасность и эффективность. Спутниковая связь невозможна без глубокого понимания небесной механики. Прогнозирование погоды требует решения уравнений, описывающих движение атмосферных масс, количество содержащейся в них влаги, температуру и взаимодействие всех этих факторов. Можно привести тысячи разных примеров. Мы не замечаем, что в них задействована математика, ведь для использования результатов это знать необязательно.

Что же делает математику столь полезной для такого широкого набора видов человеческой деятельности?

Этот вопрос не нов. Еще в 1959 году физик Юджин Вигнер прочел в Нью-Йоркском университете лекцию<sup>2</sup> под названием «Непостижимая эффективность математики в естественных науках». В ней он сосредоточился на науке, но то же самое можно было бы сказать и о непостижимой эффективности математики в сельском хозяйстве, медицине, политике, спорте... в общем, всюду, куда ни глянь.

Сам Вигнер надеялся, что сфера применения математики будет расширяться. И она, безусловно, расширяется.

Ключевое слово *непостижимая* в названии лекции Вигнера вызывает удивление. Использование математики по большей части вполне постижимо, если, конечно, разобратся в том, какие методы задействованы в решении задачи или при создании гаджета. Например, совершенно логично, что инженеры применяют уравнения аэродинамики при конструировании самолетов. Для этого аэродинамика в свое время и создавалась. Математический аппарат, используемый в прогнозировании погоды, в значительной мере создавался именно с этой целью. Статистика уходит корнями в открытие глобальных закономерностей в данных о поведении людей. Математика, необходимая для конструирования вариофокальных объективов, необъятна, но по большей части она разрабатывалась как раз для оптики.

С точки зрения Вигнера, возможности математики в решении важных задач становятся непостижимыми при отсутствии связи между первоначальной целью разработки математического аппарата и его последующим использованием. Вигнер начал свою лекцию с истории, которую я перескажу своими словами.

Встретились два бывших одноклассника. Один из них, статистик, исследующий демографические тенденции, показал другому свою статью, которая начиналась со стандартной в статистике формулы нормального распределения, или колоколообразной кривой<sup>3</sup>. Он объяснил, что означают в ней различные символы — вот численность населения, вот среднее значение по выборке — и как при помощи этой формулы можно узнать численность населения, не пересчитывая всех поголовно. Его одноклассник заподозрил, что приятель шутит, но не был в этом уверен и начал расспрашивать об остальных обозначениях и в конечном итоге добрался до символа, который выглядел так:  $\pi$ .

— Что это за значок? Выглядит знакомо.

— Да, это число  $\pi$  — отношение длины окружности к ее диаметру.

— Теперь я точно знаю, что ты меня разыгрываешь, — сказал приятель. — Разве окружность имеет какое-то отношение к численности населения?

Прежде всего надо отметить, что скептицизм приятеля совершенно понятен. Здравый смысл подсказывает, что две такие несопоставимые концепции просто не могут быть связаны. В конце концов, одна имеет отношение к геометрии, другая — к людям. Однако, несмотря на здравый смысл, такая связь существует. Колоколообразная кривая описывается формулой, в которой, как ни странно, фигурирует число  $\pi$ . И это не просто удобная аппроксимация, в ней действительно стоит число, в точности равное нашему старому знакомому  $\pi$ . Но причина, по которой это число фигурирует в формуле колоколообразной кривой, неочевидна даже для математиков, и вам потребуется углубленное знание дифференциального исчисления, чтобы понять, откуда оно берется, не говоря уже о том *почему*.

Позволю себе рассказать еще одну историю о числе  $\pi$ . Несколько лет назад мы делали ремонт в ванной на первом этаже. Спенсер, поразительно разносторонний мастер, который пришел укладывать плитку, узнал, что я пишу популярные книги по математике.

— У меня есть математическая задача для вас, — сказал он. — Мне поручили уложить плитку на пол в круглой комнате, и теперь нужно узнать ее площадь, чтобы выяснить, сколько потребуется плитки. Была ведь какая-то формула, которую мы учили...

— Пи эр квадрат, — ответил я.

— Вот-вот, она самая!

Я напомнил ему, как нужно пользоваться этой формулой. Он ушел счастливый, получив ответ на задачу с плит-

кой, подписанный экземпляр одной из моих книг и вдобавок сделав открытие — оказывается, математика, которую изучали в школе, может быть, вопреки давним убеждениям, полезна в его нынешней профессии.

Разница между двумя историями очевидна. Во втором случае  $\pi$  фигурирует потому, что это число изначально было введено для решения задач именно такого рода. Это простая история об эффективности математики. В первом случае  $\pi$  тоже участвует в решении задачи, но его присутствие удивительно. Это история о *непостижимой* эффективности: о применении математической концепции в области, совершенно не связанной с ее происхождением.

\* \* \*

В этой книге я не буду распространяться о разумных и понятных применениях моего предмета. Они достойны, они интересны, они точно такая же часть математического ландшафта, как все остальное, они ничуть не менее важны, но вряд ли заставят кого-нибудь удивиться и воскликнуть: «Вот это да!» Кроме того, они могут создать впечатление у власти предрекающей, что единственный способ развития этой науки состоит в постановке задач перед математиками, которые будут изобретать способы их решения. В таких целенаправленных исследованиях нет ничего плохого, но они подобны драке одной рукой. История же раз за разом демонстрирует ценность второй руки — поразительные возможности человеческого воображения. Особую мощь математике придает *сочетание* двух способов мышления, которые дополняют друг друга.

Например, в 1736 году великий математик Леонард Эйлер обратился к забавной небольшой головоломке, связанной с кёнигсбергскими мостами. Он заинтересовался ею потому, что она, похоже, требовала геометрии нового типа,

которая меняла обычные представления о длинах и углах. Но он никак не мог предвидеть, что в XXI веке предмет, начало которому положило его решение, поможет множеству пациентов найти почку для пересадки и тем самым сохранить жизнь. Для начала отметим, что даже идея пересадки почки показалась бы в то время чистой фантазией, а если и нет, то связь ее с той головоломкой точно выглядела бы нелепицей.

И кто мог бы вообразить, что открытие заполняющих пространство кривых — кривых, проходящих через каждую точку заполненного квадрата, — сможет помочь программе Meals on Wheels планировать маршруты доставки? Точно не математики, которые изучали эти вопросы в 1890-е годы и которых интересовало, как можно определить такие заумные концепции, как «непрерывность» и «измерение». Кстати, поначалу им пришлось объяснять, почему дорогие их сердцу математические представления могут оказаться ошибочными. Многие коллеги тогда осуждали все это мероприятие как ошибочное и вредное. Со временем все поняли, что бесполезно жить в блаженном неведении и считать, что все будет замечательно работать, если на самом деле не будет.

Не только математика прошлого используется таким образом. Методы трансплантации почки опираются на многочисленные современные расширения первоначального озарения Эйлера, к которым относятся, в частности, алгоритмы комбинаторной оптимизации, позволяющие делать наилучший выбор из громадного спектра возможностей. Среди множества математических методов, используемых в компьютерной анимации, немало таких, которым от роду насчитывается с десятков лет, а то и меньше. В качестве примера можно привести «пространство форм»\* — простран-

---

\* Термин введен британским статистиком Дэвидом Кендаллом. Другое название — «пространство неряшливости» — используется специалистами по автоматическому распознаванию рукописного текста. — *Прим. науч. ред.*

ство бесконечной размерности, состоящее из кривых, которые считаются одной и той же кривой, если различаются только координатами. С их помощью анимационные последовательности становятся более гладкими и естественными на вид. Вездесущая гомология — еще одно недавнее изобретение — появилась в результате того, что специалисты по чистой математике хотели вычислять сложные топологические инварианты, которые подсчитывают число многомерных отверстий в геометрических фигурах. Помимо прочего, их метод позволил сетям датчиков сигнализации обеспечивать полное покрытие территории при защите зданий или военных баз от вторжения. Абстрактные концепции из алгебраической геометрии — «суперсингулярные изогенные графы» — могут сохранять безопасность интернет-коммуникаций, даже когда для взлома начнут применяться квантовые компьютеры. Эти устройства настолько новы, что существуют пока только в рудиментарном виде, но они разнесут современные криптосистемы в пух и прах, если удастся полностью реализовать их потенциал.

Математика не просто время от времени преподносит нам подобные сюрпризы. Это уже стало для нее обыкновением. Мало того, с точки зрения многих математиков, эти сюрпризы и есть самые интересные варианты применения их дисциплины — и главное основание для того, чтобы считать математику именно дисциплиной, а не разрозненным набором фокусов, индивидуальным для каждого типа задач.

По словам Вигнера, «чрезвычайная эффективность математики в естественных науках есть нечто загадочное, не поддающееся рациональному объяснению». Конечно, это правда, что математика выросла в первую очередь из физических задач, но Вигнера удивляла вовсе не эффективность дисциплины в тех областях, для которых она была разработана. Его ставила в тупик эффективность математики в областях, никак на первый взгляд с нею не связанных.



Дифференциальное и интегральное исчисление выросло из исследований Исаака Ньютона, посвященных движению планет, поэтому не особенно удивительно, что оно помогает понять, как движутся планеты. Удивительно, однако, то, что дифференциальное исчисление позволяет осуществлять статистическую оценку народонаселения, как в маленьком примере Вигнера, объяснять изменения количества рыбы, выловленной в Адриатическом море во время Первой мировой войны<sup>4</sup>, управлять ценообразованием опционов в финансовом секторе, помогать инженерам конструировать пассажирские самолеты или быть жизненно важным для телекоммуникаций. И все потому, что дифференциальное исчисление изначально не предназначалось ни для одной из перечисленных целей.

Вигнер был прав. То, как математика раз за разом появляется без приглашения в физике, а также в большинстве других областей человеческой деятельности — настоящая загадка. В соответствии с одним из предположений, Вселенная «состоит» из математики и люди всего лишь понемногу открывают для себя этот основной ее элемент. Я не собираюсь с этим спорить, но, если такое объяснение верно, оно заменяет одну загадку на другую, еще более глубокую. Почему наша Вселенная состоит из математики?

\* \* \*

На более прагматичном уровне можно утверждать, что математика обладает рядом свойств, которые помогают ей стать непостижимо эффективной по Вигнеру. Я согласен, что одно из них — ее многочисленные связи с естественными науками, которые приносят в мир человека преобразующие технологии. Многие великие математические инновации в самом деле родились в процессе естественнонаучных исследований. Другие уходят корнями в потреб-

ности человека. Появление цифр обусловила потребность ведения хозяйственного учета (сколько у меня овец?). Геометрия *означает* «измерение земли» и изначально была тесно связана с налогообложением земель, а в Древнем Египте еще и со строительством пирамид. Тригонометрия возникла из астрономии, навигации и картографии.

Однако этого мало для адекватного объяснения, потому как другие великие математические инновации связаны не с естественно-научными исследованиями или потребностями людей. Простые числа, комплексные числа, абстрактная алгебра, топология — главной мотивацией для открытия/изобретения подобных инструментов было человеческое любопытство и ощущение закономерности. Это вторая причина, по которой математика так эффективна: математики используют ее для поиска закономерностей и выявления внутренней структуры. Они ищут *красоту*, красоту не формы, а логики. Ньютону, пытавшемуся понять движение планет, решение пришло, когда он стал думать как математик и искать более глубокие закономерности в груде необработанных астрономических данных. Тогда-то он и предложил свой закон всемирного тяготения<sup>3</sup>. Многие величайшие математические идеи вообще не связаны с реальным миром. Пьер де Ферма, юрист и математик-любитель XVII века, сделал ряд фундаментальных открытий в теории чисел: открыл глубокие закономерности в поведении обычных целых чисел. Потребовалось три столетия, чтобы его работы в этой области нашли практическое применение, но сегодня без них были бы невозможны коммерческие транзакции, которые являются движущей силой интернета.

Еще одно свойство математики, которое с конца XIX века становится все более очевидным, это *общность*. У различных математических структур много общего. В элементарной алгебре действуют такие же правила, что и в арифметике. Все виды геометрии (евклидова, проек-

тивная, неевклидова и даже топология) тесно связаны друг с другом. Это скрытое единство можно сделать явным, если с самого начала работать с обобщенными структурами, которые подчиняются конкретным правилам. Достаточно разобратся в общих принципах, и все конкретные примеры станут очевидными. Это позволяет сберечь немало сил, которые иначе расходовались бы понапрасну — ведь пришлось бы делать, по существу, одно и то же много раз с использованием незначительно различающихся языков. Однако у такого подхода есть один недостаток: как правило, он делает дисциплину более абстрактной. Вместо того чтобы говорить о знакомых вещах, таких как числа, обобщенный подход имеет дело с чем-то, подчиняющимся тем же *правилам*, что и числа, а называться это может, например, «нётерово кольцо», «тензорная категория» или «топологическое векторное пространство». Когда абстракции такого рода доводятся до крайности, трудно понять, что эти общности собой *представляют*, не говоря уже о том, как их использовать. Тем не менее они настолько полезны, что наш мир уже не смог бы без них функционировать. Хотите Netflix? Кто-то должен произвести математический расчет. Это не волшебство, это только кажется волшебством.

Четвертое свойство математики, очень важное для нашего рассказа, — возможность ее *переноса*. Это следствие ее общности и причина, по которой необходима такая высокая степень абстракции. Безотносительно задачи, давшей повод для разработки, любая математическая концепция или метод обладает таким уровнем общности, который делает его применимым для решения совершенно других задач. В результате любая задача, которую можно переформулировать и уложить в подходящие рамки, становится решаемой. Простейший и самый эффективный способ создания переносимой математики — заложить возможность переноса в проект с самого начала, сделав общность явной.

## Это база

Последние 2000 лет математика черпает вдохновение из трех основных источников: процессов в природе, потребностей общества и склонности к поиску закономерностей, свойственной человеческому разуму. На этих трех столпах держится все здание. Настоящее чудо, что, несмотря на многообразие мотиваций, математика полностью *едина*. Каждая ее отрасль, каковы бы ни были ее истоки и цели, тесно связана с остальными отраслями, и эти взаимосвязи становятся все более прочными и все более сложными.

Это указывает на пятую причину невероятно высокой эффективности математики, на ее *единство*. А рядом идет и шестая причина, которую я иллюстрирую множеством примеров: ее *разнообразие*.

Реальность, красота, общность, возможность переноса, единство, разнообразие. В целом все это обуславливает полезность.

Да, все очень просто.

## 2

# КАК ПОЛИТИКИ ВЫБИРАЮТ СВОИХ ИЗБИРАТЕЛЕЙ

Анк-Морпорк, наигравшись с множеством форм управления, остановился на форме демократии, известной как «Один Человек, Один Голос». Тем самым Человеком был патриций; ему же принадлежал единственный Голос.

ТЕРРИ ПРАТЧЕТТ. *Мор, ученик смерти*

Древние греки много чего подарили миру: поэзию, драму, скульптуру, философию, логику. Кроме того, они дали нам геометрию и демократию, которые, как оказалось, связаны между собой теснее, чем кто-либо мог предположить, и меньше всего сами греки. Конечно, политическая система Древних Афин представляла собой очень ограниченную форму демократии — голосовать могли только свободные мужчины, но не женщины и не рабы. Так или иначе, в эпоху наследных правителей, диктаторов и тиранов афинская демократия была заметным шагом вперед. Как и греческая геометрия, которая в изложении Евклида Александрийского подчеркивала, как важно делать базовые предположения ясными и четкими, а все остальное выводить из них строго логически и системно.

Но как математика может использоваться в политике? Политика — это сфера человеческих отношений, соглашений и обязательств, а математика — это холод-

ная абстрактная логика. В политических кругах риторика берет верх над логикой, а бездушные математические расчеты кажутся очень далекими от политических споров. Но демократическая политика подчиняется правилам, а у них бывают следствия, которые не всегда можно предвидеть, когда правила вводятся. Новаторские работы Евклида по геометрии, собранные в его знаменитых «Началах», установили стандарт того, как нужно делать выводы из правил. Фактически это неплохое определение математики в целом. В любом случае сегодня, всего лишь через 2500 лет, математика начинает проникать и в политический мир.

Как ни странно, в условиях демократии политики, на словах преданные идее о том, что решения должен принимать «Народ», всеми силами стараются не допустить этого. Такая тенденция восходит к той самой первой демократии в Древней Греции, где право голоса давалось только мужчинам-афинянам, составлявшим около трети взрослого населения. Одновременно с зарождением идеи выбирать руководителей и направления политики путем народного голосования появилась еще более привлекательная идея подмять под себя этот процесс и взять под контроль тех, кто голосует, и результаты голосования. Это несложно, даже когда каждый избиратель имеет один голос, потому что результаты голосования зависят от контекста, в котором оно происходит, а контекст всегда можно подтасовать. Как деликатно выражается профессор журналистики Уэйн Докинз, в итоге политики начинают выбирать своих избирателей, а не избиратели политиков<sup>1</sup>.

Вот здесь-то и вступает в игру математика. Не в политических дебатах, а в структуре правил этих дебатов и в контексте, в котором они проводятся. Математический анализ — обоюдоострое оружие. Он может открывать новые, хитроумные методы подтасовки голосов, а может и выяв-

лять подобную практику, указывать на ее свидетельства и способствовать предотвращению.

Кроме того, математика подсказывает, что в любой демократической системе должны присутствовать элементы компромисса. Невозможно получить все, что вы хотите, каким бы желанным это ни было, поскольку список желаемого всегда внутренне противоречив.

\* \* \*

Газета *The Boston Gazette* подарила 26 марта 1812 года миру новое слово: джерримандер (gerrymander), что означало манипуляции с нарезкой избирательных округов. Первоначально это слово писалось через дефис — «джерримандер» — и было результатом словослияния, которым впоследствии широко пользовался Льюис Кэрролл, то есть сложения частей двух общеизвестных слов. Часть «мандер» представляла собой концовку слова «саламандра», а часть «джерри» — концовку имени Элбриджа Джерри, губернатора штата Массачусетс. Точно неизвестно, кто первым сложил две концовки вместе, но историки считают, что это был один из редакторов газеты: Натан Хейл, Бенджамин Рассел или Джон Рассел.

Что же такого сделал Элбридж Джерри, что его имя навсегда соединилось с названием похожего на ящерицу существа, жившего, согласно средневековому фольклору, в огне? Подтасовал результаты выборов.

Говоря точнее, именно Джерри протолкнул закон, изменивший границы избирательных округов в Массачусетсе на выборах в сенат штата. Деление на избирательные округа, как это называют, естественным образом связано с определением границ. Это обычное дело и сегодня, и в давние времена для большинства демократий. Очевидная причина деления на округа — практические

соображения: неудобно принимать решения, если по каждому предложению должна голосовать вся страна. (Наглядный пример — Швейцария: до четырех раз в год федеральный совет отбирает предложения для голосования граждан и устраивает, по существу, серию референдумов. При этом женщины там не имели права голоса до 1971 года, а один из кантонов даже продержался до 1991 года.) Существует освященная временем традиция избирать всеобщим голосованием сравнительно небольшое число представителей и уже этим представителям давать право принимать решения. Один из наиболее справедливых методов — пропорциональное представительство, когда число представителей той или иной политической партии пропорционально числу полученных ею голосов. Чаще всего население разбивают на округа, и каждый округ избирает определенное число представителей, примерно пропорциональное числу избирателей в нем.

Например, на президентских выборах в США каждый штат голосует за определенное число «выборщиков» — членов коллегии выборщиков. Выборщики имеют по одному голосу, и кто станет президентом, определяется простым большинством их голосов. Эта система появилась в те времена, когда доставить сообщение из американской глубинки в центр можно было лишь верхом или в экипаже, запряженном лошадьми. Железнодорожные магистрали и телеграф появились позже. В те дни процесс подсчета голосов громадного числа людей шел слишком медленно<sup>2</sup>. Но эта система, помимо прочего, передавала контроль в руки членов коллегии выборщиков. В случае британских парламентских выборов страна делится (в основном географически) на избирательные округа, каждый из которых выбирает одного члена парламента. Затем партия (или коалиция партий), получившая максимальное число мест в парламенте, формирует правительство и выдвигает одного из своих



членов парламента на пост премьер-министра. Премьер-министр Великобритании обладает значительными полномочиями и во многом напоминает президента.

Существует еще одна скрытая причина для передачи процедуры принятия демократических решений в руки небольшого числа «проводников»: так проще манипулировать голосами. Все подобные системы имеют внутренние недостатки, которые часто приводят к странным результатам, а при случае ими можно воспользоваться, чтобы игнорировать волю народа. В наши времена уже не раз на президентских выборах в США полное число голосов избирателей, отданных за проигравшего кандидата, было больше, чем у победившего кандидата. Хотя нынешний метод выборов президента не зависит от воли избирателей, при современных средствах коммуникации единственная причина, по которой США не переходят на более справедливую систему, видится в том, что многих власть имущих устраивает именно такой вариант.

Основная проблема здесь — «бесполезные голоса». В каждом штате кандидату для победы нужна половина общего числа проголосовавших плюс один голос (или полголоса, если общее число нечетное). Голоса, полученные сверх этого порога, никак не влияют на то, что происходит на этапе работы коллегии выборщиков. Так, на президентских выборах 2016 года Дональд Трамп получил 304 голоса выборщиков, а Хиллари Клинтон — 227 голосов, но число проголосовавших за Клинтон избирателей было на 2,87 млн больше, чем у Трампа. Так что Трамп стал пятым президентом США, получившим этот пост при проигранном общенародном голосовании.

Границы американских штатов практически неизменны, так что проблемы манипуляции ими нет. А вот внутри границы округов могут изменяться, причем обычно это делает партия, находящаяся у власти, и здесь проявляется еще бо-



Джерримандер — подтасовка голосов по рецепту Джерри. Считается, что эту карикатуру нарисовал в 1812 году Элкана Тисдейл

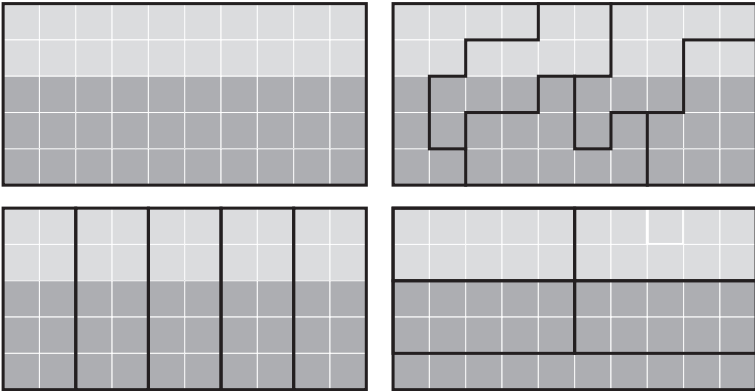
лее коварный порок системы. Дело в том, что партия может проводить границы таким образом, чтобы гарантировать конкурирующей партии потерю необычно большой доли голосов. Возьмем Элбриджа Джерри и выборы в сенат. Когда массачусетские избиратели увидели карту избирательных округов, они не заметили почти ничего необычного. Однако один из округов заметно отличался от остальных. Он объединял 12 административных районов запада и севера штата и имел сложную форму. Политическому карикатуристу, автору рисунка, который вскоре появился в *The*

*Boston Gazette*, — скорее всего, это был художник, дизайнер и гравёр Элкана Тисдейл, — этот округ показался очень похожим на саламандру.

Джерри принадлежал к Демократической республиканской партии, конкурировавшей в то время с Федералистской партией. На выборах 1812 года федералисты завоевали палату представителей штата и пост губернатора, в результате чего Джерри остался без места. Однако проведенное им разбиение на округа на выборах в сенат штата позволило Демократической республиканской партии одержать победу.

\* \* \*

Математика манипуляций по рецепту Джерри начинается с анализа того, как они делаются. Существуют две основные тактики разбиения на округа: концентрация и распыление. При *концентрации* ваши собственные голоса распределяются как можно равномернее для получения небольшого, но решающего большинства в как можно большем числе округов, а остальные округа сдаются врагу. Прошу прощения, оппозиции. *Распыление* предполагает разбивку голосов оппозиции так, чтобы она проиграла в как можно большем числе округов. *Пропорциональное представительство*, при котором число представителей пропорционально полному числу голосов, полученному каждой партией (или предельно близко к нему), позволяет избежать подобных фокусов и является более справедливым. Неудивительно, что Конституция США делает пропорциональное представительство незаконным, потому что, согласно ей, каждый округ должен иметь только одного представителя. В 2011 году Великобритания провела референдум по другой альтернативе, системе единого передаваемого голоса: народ проголосовал против предлагавшихся изменений. Референ-



Нарезка избирательных округов в Джерримандии. *Вверху слева:* 50 районов следует разделить на пять округов по 10 районов в каждом. Предпочтения избирателей (голосуют они за Темную или за Светлую партию) отражены на карте оттенком серого. *Вверху справа:* концентрация дает Светлым три округа, а Темным только два. *Внизу слева:* распыление отдаст Темным все пять округов. *Внизу справа:* такое разбиение обеспечило бы пропорциональное представительство

дума по пропорциональному представительству в Великобритании никогда не было.

Вот как работают концентрация и распыление в вымышленном примере с очень простой географией и столь же простым распределением голосов.

В государстве Джерримандия за власть борются две политические партии, Светлые и Темные. В этом государстве 50 районов, которые следует распределить по пяти избирательным округам. На недавних выборах Светлые получили большинство в 20 северных районах, тогда как Темные имели большинство в 30 южных районах (рис. вверху слева). Правительство Светлых, которые с минимальным перевесом победили в предыдущем голосовании, изменило границы избирательных округов, обеспечив большинство своих сторонников в трех округах (вверху справа), так что теперь Светлые побеждают в трех окру-

гах, а Темные получают только два. После этого Темная партия оспаривает изменение границ в суде на том основании, что форма и границы новых избирательных округов с очевидностью говорят о подтасовке, и умудряется получить контроль над изменением границ перед следующими выборами. Темные используют метод распыления (внизу слева), чтобы обеспечить себе победу во всех пяти избирательных округах.

Если избирательные округа должны состоять из 10 небольших квадратных районов каждый, лучшее, что могут получить Светлые методом концентрации, это три округа из пяти. Им необходимо выиграть выборы в шести районах из 10, чтобы победить в округе в целом, а всего они контролируют 20 районов. Это дает им три шестерки плюс еще два района, которые оказываются бесполезными. Лучшее, чего могут добиться Темные методом распыления, — это получить все пять округов. Пропорциональное представительство дало бы Светлым два округа, а Темным — три, как показано на рисунке внизу справа. (На практике пропорциональное представительство не достигается разбиением на избирательные округа.)

\* \* \*

Страны с диктаторским или близким к нему режимом в большинстве своем проводят выборы, чтобы показать миру, насколько они демократичны. Результаты этих выборов обычно подтасовываются, и даже если их разрешено оспорить в суде, разбирательства никогда не бывают успешными из-за небеспристрастности судов. В демократических странах можно не только опротестовать изменение границ избирательных округов, но и выиграть дело, потому что суды не зависят от правящей партии. Если, конечно, судьи не назначаются по партийной принадлежности.

В подобных случаях основная проблема, с которой сталкиваются судьи, носит неполитический характер. Все упирается в поиск объективного способа, позволяющего определить, имела ли место подтасовка. На каждого «эксперта», который посмотрит на карту и заявит, что видит явный случай подтасовки, всегда найдется другой «эксперт», который придет к противоположному выводу. Необходимы более объективные методы, чем личное мнение и словесные аргументы.

Здесь определенно нужна математика. Формулы и алгоритмы позволяют количественно оценивать разумность и справедливость границ округов и выявлять их необъективность в четко определенном смысле. Сама по себе разработка этих формул и алгоритмов не объективный процесс, конечно, но, как только они становятся общепринятыми (а это отчасти процесс политический), каждый может воспользоваться ими и проверить результаты независимо. Это дает суду логическую основу для принятия решения.

Разобравшись в коварных методах, которые дают политикам возможность изменять границы избирательных округов в свою пользу, можно придумать математические критерии или правила, позволяющие распознавать применение этих методов. Ни одно подобное правило не может быть идеальным — более того, существует доказательство, что это невозможно, к которому я перейду, как только мы поймем суть правил. В настоящее время используются пять подходов:

- Выявление избирательных округов странной формы.
- Выявление несоответствия в соотношении получаемых мест и числа голосов.
- Оценка количества бесполезных голосов, создаваемого данным делением на округа, и его сравнение с тем значением, которое законно считается приемлемым.